绝密 ★ 考试结束前

全国2018年4月高等教育自学考试

线性代数(经管类)试题

课程代码:04184

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

说明：在本卷中，A^T表示矩阵A的转置矩阵，A^*表示矩阵A的伴随矩阵，E是单位矩阵，$|A|$表示方阵A的行列式，$r(A)$表示矩阵A的秩.

选择题部分

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

2. 每小题选出答案后,用2B铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题：本大题共5小题，每小题2分，共10分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的，请将其选出。

1．设2阶行列式$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}=-1$，则$\begin{vmatrix} a_1+a_2 & a_1-a_2 \\ b_1+b_2 & b_1-b_2 \end{vmatrix}=$

A．-2　　B．-1　　C．1　　D．2

2．设A为3阶矩阵，且$|A|=a\neq 0$，将A按列分块为$A=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)$，若矩阵

$B=(\alpha_1+\alpha_2,\alpha_2+\alpha_3,\alpha_3+\alpha_1)$，则$|B|=$

A．0　　B．a　　C．$2a$　　D．$3a$

3．设向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性无关，则下列向量组中线性无关的是

A．α_1，$2\alpha_2$，$3\alpha_3$

B．α_1，$2\alpha_1$，$\alpha_2-\alpha_3$

C．$\alpha_1-\alpha_2$，$\alpha_2-\alpha_3$，$\alpha_3-\alpha_1$

D．$\alpha_1+\alpha_2$，$\alpha_2-\alpha_3$，$\alpha_1+2\alpha_2-\alpha_3$

4．设矩阵 $\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}3&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&-1&2\\0&0&2&2\end{pmatrix}$，若矩阵 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 相似，则矩阵 $3\boldsymbol{E}-\boldsymbol{A}$ 的秩为

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

5．设矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1&-2&0\\-2&4&0\\0&0&1\end{pmatrix}$，则二次型 $\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}$ 的规范形为

A．$z_1^2+z_2^2+z_3^2$　　B．$z_1^2+z_2^2-z_3^2$　　C．$z_1^2-z_2^2$　　D．$z_1^2+z_2^2$

非选择题部分

注意事项：

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、填空题：本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分。

6．设 3 阶行列式 $\begin{vmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\2&2&2\end{vmatrix}=1$，若元素 a_{ij} 的代数余子式为 A_{ij} $(i,j=1,2,3)$，则

$A_{31}+A_{32}+A_{33}=$__________.

7．已知矩阵 $\boldsymbol{A}=(1,2,-1)$，$\boldsymbol{B}=(2,-1,1)$，且 $\boldsymbol{C}=\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}$，则 $\boldsymbol{C}=$

__________.

8．设 $\boldsymbol{A}$ 为 3 阶矩阵，$|\boldsymbol{A}|=-\dfrac{1}{3}$，则行列式 $\left|(\dfrac{1}{2}\boldsymbol{A})^{-1}+3\boldsymbol{A}^{*}\right|=$__________.

9．$\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}^{2016}\begin{pmatrix}1&2&3\\4&5&6\\7&8&9\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}^{2017}=$__________.

10．设向量 $\boldsymbol{\beta}=(1,0,0)^{\mathrm{T}}$ 可由向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1=(1,1,a)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_2=(1,a,1)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_3=(a,1,1)^{\mathrm{T}}$ 线性表出，且表示法唯一，则 a 的取值应满足__________.

11．设向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1=(1,2,-1)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_2=(0,-4,5)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_3=(2,0,t)^{\mathrm{T}}$ 的秩为 2，则 $t=$__________.

12．已知$\eta_1=(1,0,-1)^T,\eta_2=(3,-1,5)^T$是 3 元非齐次线性方程组$\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$的两个解，则对应齐次线性方程组$\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{0}$有一个非零解$\xi=$__________.

13．设$\lambda=-\dfrac{2}{3}$为n阶矩阵$\boldsymbol{A}$的一个特征值，则矩阵$2\boldsymbol{E}-3\boldsymbol{A}^2$必有一个特征值为________.

14．设 2 阶实对称矩阵$\boldsymbol{A}$的特征值为-2，2，则$\boldsymbol{A}^2=$__________.

15．设二次型$f(x_1,x_2)=tx_1^2+x_2^2-4tx_1x_2$正定，则实数$t$的取值范围是__________.

三、计算题：本大题共 7 小题，每小题 9 分，共 63 分。

16．计算 4 阶行列式$D=\begin{vmatrix}-2&3&0&0\\1&-2&3&0\\0&1&-2&3\\0&0&1&-2\end{vmatrix}$.

17．设$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}0&a_1&0&0\\0&0&a_2&0\\0&0&0&a_3\\a_4&0&0&0\end{pmatrix}$，其中$a_i\neq0\ \ (i=1,2,3,4)$，求$\boldsymbol{A}^{-1}$.

18．设 3 阶矩阵$\boldsymbol{A}$与$\boldsymbol{B}$满足$\boldsymbol{AB}+\boldsymbol{E}=\boldsymbol{A}^2+\boldsymbol{B}$，其中$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1&-1&1\\1&2&0\\2&1&-1\end{pmatrix}$，求矩阵$\boldsymbol{B}$.

19．求向量组$\boldsymbol{\alpha}_1=(2,1,3,-1)^T$，$\boldsymbol{\alpha}_2=(3,-1,2,0)^T$，$\boldsymbol{\alpha}_3=(1,3,4,-2)^T$，$\boldsymbol{\alpha}_4=(4,-3,1,1)^T$的秩和一个极大线性无关组，并将其余向量由该极大线性无关组线性表出.

20．设线性方程组

$$\begin{cases}x_1+2x_2=3\\-x_2+x_3=-2\\x_2-x_3=b\\2x_1+3x_2+ax_3=4\end{cases}$$

确定a,b为何值时方程组有无穷多解并求出其通解（要求用其一个特解和导出组的基础解系表示）.

21．已知$\lambda=0$是矩阵$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} a_1b_1 & a_1b_2 & a_1b_3 \\ a_2b_1 & a_2b_2 & a_2b_3 \\ a_3b_1 & a_3b_2 & a_3b_3 \end{pmatrix}$（其中$a_1\neq 0$，$b_1\neq 0$）的一个特征值，求$\boldsymbol{A}$的属于特征值$\lambda=0$的全部特征向量.

22．求正交变换$\boldsymbol{x}=\boldsymbol{Q}\boldsymbol{y}$，将二次型$f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+x_2^2+x_3^2+2x_1x_2+2x_1x_3+2x_2x_3$化为标准形.

四、证明题：本题7分。

23．设$\boldsymbol{\eta}$为非齐次线性方程组$\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}=\boldsymbol{b}$的一个解，$\boldsymbol{\xi}_1,\boldsymbol{\xi}_2$为其导出组$\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}=\boldsymbol{0}$的两个线性无关的解. 证明向量组$\boldsymbol{\eta},\boldsymbol{\eta}+\boldsymbol{\xi}_1,\boldsymbol{\eta}+\boldsymbol{\xi}_2$线性无关.